

۱- حاصل عبارت مقابل کدام گزینه است؟

$$2 - 2(3 + 5)^2 \div 4 =$$

(۱) ۱۴ (۲) ۰ (۳) ۳۰ (۴) -۳۰

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به اولویت‌ها ابتدا داخل پرانتز را به دست می‌آوریم، سپس توان و بعد از آن ضرب و تقسیم از چپ به راست و در آخر جمع و تفریق از چپ به راست.

$$2 - 2(3 + 5)^2 \div 4 =$$

$$2 - 2(8)^2 \div 4 = 2 - 2 \times 64 \div 4$$

$$= 2 - 128 \div 4 = 2 - 32 = -30$$

۲- کدام عبارت صحیح نیست؟

(۱) $\frac{3}{5} < \frac{4}{6}$ (۲) $3\frac{1}{3} < \frac{14}{4}$ (۳) $3^{-2} < 3^{-1}$ (۴) $4\frac{1}{4} < \frac{18}{5}$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

صحیح است. $\frac{3}{5} < \frac{4}{6} \Rightarrow \frac{3}{5} < \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{9}{15} < \frac{10}{15}$

صحیح است. $3\frac{1}{3} < \frac{14}{4} \Rightarrow \frac{10}{3} < \frac{14}{4} \Rightarrow \frac{(10 \times 4)}{(3 \times 4)} < \frac{(14 \times 3)}{(4 \times 3)} \Rightarrow \frac{40}{12} < \frac{42}{12}$

صحیح است. $3^{-2} < 3^{-1} \Rightarrow \frac{1}{3^2} < \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1}{9} < \frac{1}{3}$

غلط است. $4\frac{1}{4} < \frac{18}{5} \Rightarrow \frac{17}{4} < \frac{18}{5} \Rightarrow \frac{(17 \times 5)}{(4 \times 5)} < \frac{(18 \times 4)}{(5 \times 4)} \Rightarrow \frac{85}{20} < \frac{72}{20}$

۳- اگر X و Y دو عدد صحیح باشند به طوری که $0 < Y < X$ آنگاه داریم:

(۱) $-X > -Y$ (۲) $-\frac{1}{X} + \frac{1}{Y} > 0$ (۳) $\frac{1}{X} > -\frac{1}{Y}$ (۴) $\frac{1}{X} + \frac{1}{Y} > 0$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

چون Y از X بزرگ‌تر است و هر دو صحیح هستند پس اگر X بعلاوه‌ی یک عدد طبیعی شود با Y مساوی می‌شود و وقتی معادله را قرینه می‌کنیم و $-a$ را به طرف دیگر می‌بریم، می‌بینیم X مساوی $-Y$ بعلاوه‌ی a و چون a عدد مثبت است پس $-X > -Y$.

$$a \in \mathbb{N} \Rightarrow X < Y \Rightarrow X + a = Y \Rightarrow -(X + a) = -Y \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -X - a = -Y \Rightarrow -X = -Y + a \Rightarrow -X > -Y$$

۴- حاصل عبارت $۸ \frac{1}{۸} + ۴ \frac{1}{۴} + ۲ \frac{1}{۲}$ چه قدر است؟

۱۴/۵ (۴)

۱۴/۶۷۵ (۳)

۱۴/۷۸۵ (۲)

۱۴/۸۷۵ (۱)

گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است. زیرا:

$$۸/۱۲۵ + ۴/۲۵ + ۲/۵ = ۱۴/۸۷۵$$

$$\frac{1}{۸} = ۰/۱۲۵ \quad \frac{1}{۴} = ۰/۲۵ \quad \frac{1}{۲} = ۰/۵$$

۵- حاصل عبارت $۱ + \left(\frac{1}{۲} \times \frac{۲}{۳} \times \frac{۳}{۴} \times \frac{۴}{۵}\right) \div \left(\frac{۵}{۶} \times \frac{۶}{۷} \times \frac{۷}{۸}\right)$ برابر است با:

$\frac{۳۳}{۲۵}$ (۴)

$\frac{۲۵}{۳۳}$ (۳)

$\frac{۹}{۸}$ (۲)

۹ (۱)

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$۱۸^۵ \times ۴۰^۷ \text{ و } ۴۸^۳ \times ۲۱^۲, ۳۳^۵ \times ۲۴^۲$$

۶- بزرگترین شمارنده مشترک سه عدد زیر چیست؟

$۲^{۲۶} \times ۳^۵$ (۴)

$۲^۶ \times ۳^{۱۰}$ (۳)

$۲^{۲۶} \times ۳^{۱۰}$ (۲)

$۲^۶ \times ۳^۵$ (۱)

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$۱۸^۵ \times ۴۰^۷ = (۲ \times ۳^۲)^۵ \times (۲^۳ \times ۵)^۷ = ۲^۵ \times ۳^{۱۰} \times ۲^{۲۱} \times ۵^۷ = ۲^{۲۶} \times ۳^{۱۰} \times ۵^۷$$

$$۴۸^۳ \times ۲۱^۲ = (۲^۴ \times ۳)^۳ \times (۳ \times ۷)^۲ = ۲^{۱۲} \times ۳^۳ \times ۳^۲ \times ۷^۲ = ۲^{۱۲} \times ۳^۵ \times ۷^۲$$

$$۳۳^۵ \times ۲۴^۲ = (۳ \times ۱۱)^۵ \times (۲^۳ \times ۳)^۲ = ۳^۵ \times ۱۱^۵ \times ۲^۶ \times ۳^۲ = ۲^۶ \times ۳^۷ \times ۱۱^۵$$

$$۱۸^۵ \times ۴۰^۷ \sqcap ۴۸^۳ \times ۲۱^۲ \sqcap ۳۳^۵ \times ۲۴^۲ = ۲^۶ \times ۳^۵$$

۷- تعداد شمارنده های عدد ۲۴ در مجموعه Z (اعداد صحیح) کدام است؟

۱۶ (۴)

۱۴ (۳)

۱۲ (۲)

۸ (۱)

گزینه ۴ پاسخ است.

$$\begin{array}{r} ۲۴ \mid ۲ \\ ۱۲ \mid ۲ \\ ۶ \mid ۲ \\ ۳ \mid ۳ \\ ۱ \end{array}$$

$$\Rightarrow ۲۴ = ۲^۳ \times ۳ \Rightarrow \text{تعداد شمارنده های مثبت} = (۳ + ۱) \times (۱ + ۱) = ۸$$

$$\text{دو برابر تعداد شمارنده های مثبت} = \text{تعداد کل شمارنده ها} = ۲ \times ۸ = ۱۶$$

۸- کدام یک از اعداد زیر فقط ۲ مقسوم علیه دارد؟

- ۵۷ (۱) ۶۱ (۲) ۲۷ (۳) ۵۱ (۴)

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. زیرا ۶۱ به هیچ یک از اعداد ۲، ۳، ۵ و ۷ بخش پذیر نیست، پس فقط ۲ مقسوم علیه دارد. توجه: در واقع صورت سؤال، عدد اول را خواسته است.

۹- اگر a و b و c سه عدد طبیعی و تجزیه‌ی آنها به صورت زیر باشند، بزرگترین شمارنده مشترک سه عدد کدام است؟

$$a = 2^4 \times 3^7 \times 5^2 \qquad b = 2^7 \times 3^4 \times 7^2 \qquad c = 2^{10} \times 5^3$$

۲^۴ (۱) ۲^۴ × ۳^۴ (۲) ۲^۴ × ۵^۲ (۳) ۲^{۱۰} (۴)

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. برای محاسبه‌ی ب.م.م از میان عامل‌های مشترک آن عاملی را انتخاب می‌کنیم که توانش کوچک‌تر است.

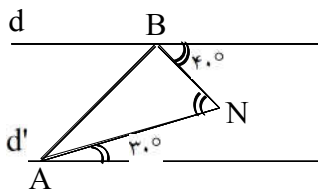
۱۰- تعداد قطرهای یک n ضلعی منتظم هفت برابر تعداد اضلاع آن است. n برابر است با:

- ۷ (۱) ۱۲ (۲) ۱۵ (۳) ۱۷ (۴)

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

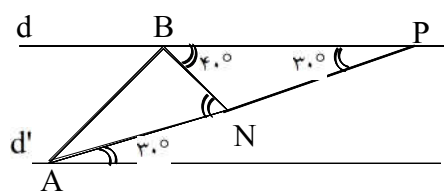
$$\frac{n(n-3)}{2} = 7n \Rightarrow 14n = n^2 - 3n \Rightarrow n^2 - 3n - 14n = 0$$

$$\Rightarrow n^2 - 17n = 0 \Rightarrow n(n-17) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = 0 \\ n = 17 \end{cases}$$



۱۱- با توجه به شکل اندازه‌ی زاویه‌ی N چند درجه است؟ ($d \parallel d'$)

- ۸۰° (۱) ۴۵° (۲) ۷۰° (۴) ۱۱۰° (۳)



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. اگر پاره خط AN را امتداد دهیم، خط d را در نقطه‌ای مانند P قطع می‌کند. که با توجه به خاصیت خطوط موازی در این صورت زاویه \hat{P} نیز ۳۰ درجه خواهد بود.

* در مثلث BNP ، زاویه N یک زاویه خارجی است.

و می‌دانیم زاویه‌ی خارجی یک مثلث برابر با مجموع دو زاویه داخلی غیر مجاور مثلث است. یعنی:

$$\hat{N} = \hat{P} + \hat{B} \Rightarrow \hat{N} = 30^\circ + 40^\circ = 70^\circ \Rightarrow \hat{N} = 70^\circ$$

۱۲- در شکل زیر $Ax \parallel Cy$ و نیمساز زاویه \widehat{ABC} امتداد Cy را در D قطع کرده است. اندازهی زاویه \widehat{BDC} چه قدر است؟

(۱) 75°
 (۲) 80°
 (۳) 85°
 (۴) 90°

گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است. مطابق شکل اگر از نقطه ی B ، خطی به موازات Ax و Cy رسم کنیم، داریم:

$$\widehat{B}_1 = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$$

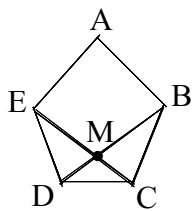
$$\widehat{ABD} = 35^\circ \Rightarrow \widehat{ABC} = 2 \times 35^\circ = 70^\circ$$

$$\widehat{B}_2 = 180^\circ - (70^\circ + 50^\circ) = 60^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{DCB} = \widehat{B}_2 = 60^\circ$$

$$\widehat{BDC} = 180^\circ - (60^\circ + 35^\circ) = 85^\circ$$

۱۳- در پنج ضلعی منتظم $ABCDE$ قطرهای BD و CE یکدیگر را در M قطع کرده اند چهار ضلعی $ABME$ کدام است؟

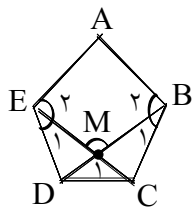


(۴) دوزنقه

(۳) مستطیل

(۲) لوزی

(۱) مربع



$$\frac{(5-2) \times 180^\circ}{5} = 108^\circ$$

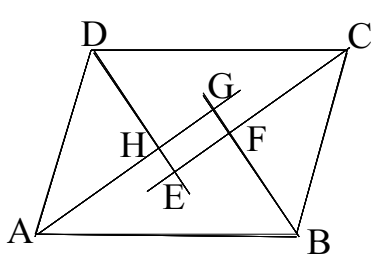
گزینه ۲ پاسخ صحیح است. اندازهی هر زاویه ی ۵ ضلعی

$$CB = CD \Rightarrow \widehat{B}_1 = \widehat{D}_1 = \frac{180^\circ - 108^\circ}{2} = 36^\circ \Rightarrow \widehat{B}_2 = 72^\circ$$

$$\widehat{A} = \widehat{M}_1 = 108^\circ, \widehat{E}_2 = \widehat{B}_2, \widehat{E}_2 = 72^\circ$$

به همین ترتیب خواهیم داشت:

زاویه های مقابل چهارضلعی $ABME$ دو به دو برابند پس چهارضلعی متوازی الاضلاع است و با توجه به این که دو ضلع مجاور AB و AE برابرند پس چهارضلعی لوزی است.



۱۴- در متوازی الاضلاع $ABCD$ نیمسازهای زاویه های \widehat{A} ، \widehat{B} ، \widehat{C} و \widehat{D} را کشیده ایم و از برخورد آنها چهار ضلعی $EFGH$ تشکیل شده است، چهارضلعی $EFGH$ چه نام دارد؟

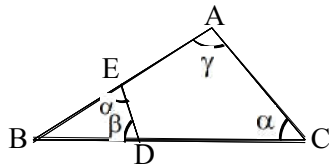
(۲) مربع

(۱) لوزی

(۴) مستطیل

(۳) دوزنقه

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



۱۵- در شکل روبرو اگر $\hat{E} = \hat{C} = \alpha$ باشد، کدام گزاره درست است؟

$$\hat{\beta} < \hat{\gamma} \quad (۲) \qquad \hat{\beta} > \hat{\gamma} \quad (۱)$$

$$۲\hat{\beta} = ۳\hat{\gamma} \quad (۴) \qquad \hat{\beta} = \hat{\gamma} \quad (۳)$$

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است زیرا:

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{BED} : \hat{B} + \alpha + \hat{\beta} = ۱۸۰^\circ \\ \widehat{BAC} : \hat{B} + \hat{\gamma} + \alpha = ۱۸۰^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{B} + \alpha + \hat{\beta} = \hat{B} + \hat{\gamma} + \alpha \Rightarrow \hat{\beta} = \hat{\gamma}$$

۱۶- مجموع زاویه‌های داخلی یک ۱۴ ضلعی، چند برابر مجموع زاویه‌های خارجی آن است؟

$$۸ \quad (۴) \qquad ۶ \quad (۳) \qquad ۵ \quad (۲) \qquad ۷ \quad (۱)$$

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$\text{مجموع زاویه های داخلی} = (n - 2) \times ۱۸۰ = (14 - 2) \times ۱۸۰ = ۲۱۶۰$$

خارجی داخلی

$$۲۱۶۰ \div ۳۶۰ = ۶$$

۱۷- مجموع دو زاویه خارجی مثلثی ۲۰۰° می‌باشد، اندازه یکی از زوایای داخلی این مثلث چند درجه است؟

$$۲۰^\circ \quad (۴) \qquad ۴۰^\circ \quad (۳) \qquad ۶۰^\circ \quad (۲) \qquad ۸۰^\circ \quad (۱)$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{array}{l} \hat{A}_1 = \hat{B} + \hat{C} \\ \hat{C}_1 = \hat{A} + \hat{B} \end{array} \Rightarrow 2\hat{B} + \hat{C} + \hat{A} = 200 \Rightarrow 180 + \hat{B} = 200 \Rightarrow \hat{B} = 20^\circ$$

۱۸- عبارت جبری $-\frac{2}{3}x - 5a - a + \frac{2}{3}x - 1$ برابر است با:

$$\frac{4}{3}x - 6a - 1 \quad (۴) \qquad -7a \quad (۳) \qquad -5a - 1 \quad (۲) \qquad -6a - 1 \quad (۱)$$

$$\cancel{\frac{2}{3}x} - 5a - a + \cancel{\frac{2}{3}x} - 1 = (-5 - 1)a - 1 = -6a - 1$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

۱۹- اگر $B = 2a - b + 4$, $A = 4a + 3b - 3$ باشد حاصل $2A - 3B$ برابر است با:

$$-2a + 3b + 6 \quad (۴) \qquad 2a + 9b - 18 \quad (۳) \qquad a + 3b - 7 \quad (۲) \qquad -4a + 2b - 5 \quad (۱)$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$2A - 3B = 2(4a + 3b - 3) - 3(2a - b + 4) = 8a + 6b - 6 - 6a + 3b - 12 = 2a + 9b - 18$$

۲۰- مقدار کسر $\frac{a^b - b^{-2}a}{a-b}$ به ازای $2a = -b = 1$ کدام است؟

- (۱) ۰ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) $\frac{3}{2}$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. $-b = 1 \Rightarrow b = -1$ و $2a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$

$$\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} - (-1)^{-2} \left(\frac{1}{2}\right)}{\frac{1}{2} - (-1)} = \frac{2 - (-1)^{-1}}{\frac{1}{2} + 1} = \frac{2 - (-1)}{\frac{3}{2}} = \frac{3}{\frac{3}{2}} = 2$$

۲۱- حاصل عبارت $3(2a - 5b + 1) - 2(3a - 4b - 1)$ کدام است؟

- (۱) $1 - 23b$ (۲) $5 - 23b$ (۳) $-23b - 5$ (۴) $5 - 7b$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. $3(2a - 5b + 1) - 2(3a - 4b - 1) = 6a - 15b + 3 - 6a + 8b + 2 = -7b + 5$

۲۲- به فرض آنکه a عددی طبیعی باشد، کدام یک از عددهای زیر حتما فرد است؟

- (۱) a^3 (۲) $a^2 + 3$ (۳) $3a + 1$ (۴) $2a + 1$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. گزینه‌ی (۱) به ازای اعداد فرد، فرد می‌شود. گزینه (۲) به ازای اعداد زوج، فرد می‌شود. گزینه (۳) نیز فقط به ازای اعداد زوج، فرد می‌شود. ولی گزینه (۴) به ازای تمام اعداد طبیعی فرد می‌شود. چون ۲ برابر هر عددی زوج است و وقتی با یک جمع می‌شود حاصل حتما فرد است.

۲۳- عبارت جبری $54a^2b^5 - 63a^3b^4$ به صورت حاصل ضرب ۲ عبارت جبری کدام گزینه است؟

- (۱) $9a^2b^4(5b - 7a)$ (۲) $a^2b^4(54b - 63a)$
(۳) $9ab(6ab^4 - 7a^2b^3)$ (۴) $9a^2b^4(6b - 7a)$

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$54 = 2 \times 3 \times 3 \times 3$$

$$63 = 3 \times 3 \times 7$$

غیرمشترک مشترک

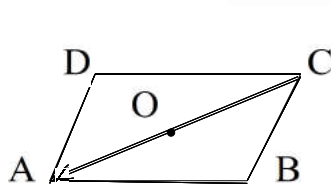
$$54a^2b^5 - 63a^3b^4 = 9a^2b^4(6b - 7a)$$

۲۴- اگر $4^{2x-1} = 64$ باشد مقدار X کدام است؟

(۱) ۲ (۲) ۴ (۳) -۲ (۴) $\frac{1}{2}$

گزینه ۱ صحیح است. $4^{2x-1} = 64 = 4^3 \Rightarrow 2x-1=3 \Rightarrow x=2$

۲۵- چهار ضلعی $ABCD$ متوازی الاضلاع است حاصل جمع دو بردار \vec{OA} و \vec{OC} مساوی است با:



- (۱) نقطه O (صفر) \vec{AC} (۲)
 (۳) ندارد $\vec{AB} + \vec{BC}$ (۴)

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. $OA = OC \Rightarrow -OC + OC = \underline{\quad}$

۲۶- اگر $\vec{A} = 2i - 3j$ و $\vec{B} = 5j + 6i$ مختصات بردار $\vec{C} = -2\vec{A} - 5\vec{B}$ برابر است با:

(۱) $\begin{bmatrix} -39 \\ 19 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} +39 \\ -19 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} -39 \\ -19 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 39 \\ 19 \end{bmatrix}$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. $\vec{C} = -2(2i - 3j) - 5(5j + 6i) = -4i + 6j - 25j - 30i = -34i - 19j = \begin{bmatrix} -39 \\ -19 \end{bmatrix}$

۲۷- اگر مثلث ABC را 180° حول نقطه B دوران دهیم تا بر مثلث

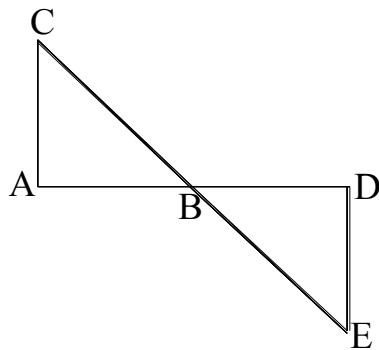
BDE منطبق شود، کدام گزینه درست نیست؟

(۱) $\overline{AB} = \overline{BD}$

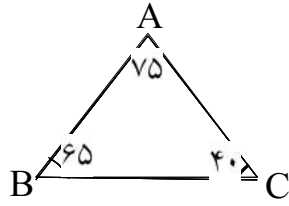
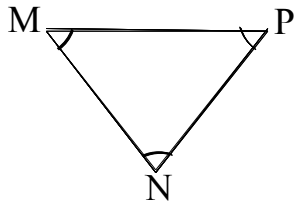
(۲) $\hat{E} = \hat{C}$

(۳) $\overline{AC} = \overline{BD}$

(۴) $\hat{A} = \hat{D}$



گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



۲۸- دو شکل مقابل هم نهشت اند. کدام گزینه درست است؟

(۱) $\overline{AB} = \overline{NP}$

(۲) $\overline{AC} = \overline{MP}$

(۳) $\overline{BC} = \overline{MN}$

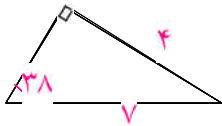
(۴) $\overline{AB} = \overline{MN}$

گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$\hat{A} = \hat{N} \Rightarrow \overline{BC} = \overline{MP}$

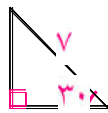
$\hat{B} = \hat{M} \Rightarrow \overline{AC} = \overline{NP}$

$\hat{C} = \hat{P} \Rightarrow \overline{AB} = \overline{MN}$

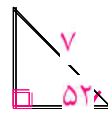


۲۹- کدام گزینه با مثلث ABC هم نهشت است؟

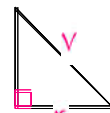
(۴) گزینه ی ۱ و ۲



(۳)



(۲)



(۱)

گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

زاویه ی سوم $180 - (90 + 38) = 52$

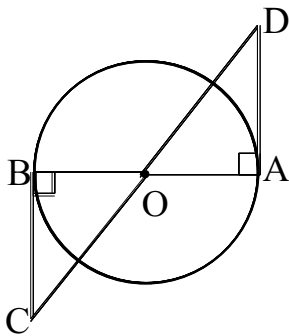
۳۰- دو مثلث OAD و OBC بنابه کدام حالت با هم هم نهشت اند؟

(۱) وض

(۲) وز

(۳) (رضز)

(۴) (رضرض)



گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \text{ متقابل به راس} \\ OB = OA = \text{شعاع دایره} \\ \hat{B} = \hat{A} = 90 \end{array} \right.$$