

۱- قسمت هاشور خورده‌ی شکل مقابل کدام یک از مجموعه‌های زیر را نشان می‌دهد؟

- (۱)  $(A \cap C) \cup (B \cap C)$   
 (۲)  $(A \cup B) \cap C$   
 (۳)  $(A \cup B) - C$   
 (۴)  $A \cup (B - C)$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۲- اگر  $A \subset B$  باشد، حاصل  $[(A-B) \cup (B-A)] \cup (A \cap B)$  کدام است؟

- (۱) A  
 (۲) B  
 (۳) B-A  
 (۴)  $\phi$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$A \subset B \Rightarrow \begin{cases} A-B = \phi \\ A \cap B = A \end{cases} \Rightarrow (A-B) \cup (B-A) = \phi \cup (B-A) = B-A$$

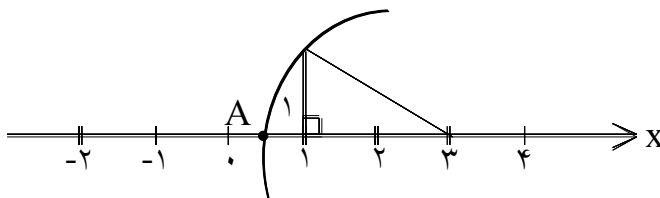
$$(B-A) \cup (A \cap B) = (B-A) \cup A = B$$

۳- دو مجموعه‌ی A و B به ترتیب ۷ و ۹ عضو دارند، اگر  $B \cap A = \{1, 2, 3, 4\}$  باشد مجموعه  $A \cup B$  چند عضو دارد؟

- (۱) ۹  
 (۲) ۱۰  
 (۳) ۱۱  
 (۴) ۱۲

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \Rightarrow \text{تعداد عضوهای اجتماع} = 7 + 9 - 4 = 12$$



۴- نقطه‌ی A متناظر با کدام عدد روی محور x است؟

- (۱)  $3 + \sqrt{2}$   
 (۲)  $3 - \sqrt{5}$   
 (۳)  $2 - \sqrt{5}$   
 (۴)  $-\sqrt{5}$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. وتر مثلث قائم‌الزاویه را a فرض میکنیم. در نتیجه:

$$a^2 = 2^2 + 1^2 \Rightarrow a^2 = 5 \Rightarrow a = \sqrt{5} \text{ (طول وتر مثلث)}$$

بنابراین، نقطه‌ی A متناظر با عدد  $3 - \sqrt{5}$  است.

۵- اگر  $A = 0.\overline{5243}$ ، آنگاه عدد  $\frac{9}{10A - 5}$  کدام است؟

۳۹ (۴)

۳۸ (۳)

۳۷ (۲)

۲۷ (۱)

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{9}{10A - 5} = \frac{9}{10(0.\overline{5243}) - 5} = \frac{9}{0.\overline{5243}} = \frac{9}{\frac{243}{999}} = \frac{9 \times 999}{243} = \frac{999}{27} = \frac{333}{9} = \frac{111}{3} = 37$$

$$A = \left\{ \sqrt{2}, \pi, \sqrt{4}, \frac{2}{3}, 0, \sqrt{3^2} \right\}$$

۵ (۴)

۴ (۳)

۶- مجموعه  $A$  چند عضو گویا دارد؟

۳ (۲)

۲ (۱)

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$\sqrt{4} = 2, \sqrt{3^2} = 3$$

$$\left\{ \frac{-\sqrt{256}}{-2^3 - 3}, \frac{\sqrt{\sqrt{81}}}{-\sqrt{36}}, \frac{-\sqrt{25}}{-\sqrt{64}}, \frac{-\sqrt{9}}{-\sqrt{25}} \right\}$$

۷- بزرگ‌ترین عدد گویای مجموعه زیر کدام گزینه است؟

$$\frac{-\sqrt{256}}{-2^3 - 3} \quad (۴)$$

$$\frac{\sqrt{\sqrt{81}}}{-\sqrt{36}} \quad (۳)$$

$$\frac{-\sqrt{25}}{-\sqrt{64}} \quad (۲)$$

$$\frac{-\sqrt{9}}{-\sqrt{25}} \quad (۱)$$

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$\frac{-\sqrt{9}}{-\sqrt{25}} = \frac{-3}{-5} = +\frac{3}{5} = ۰/۶$$

$$\frac{-\sqrt{25}}{-\sqrt{64}} = +\frac{5}{8} = ۰/۶۲$$

$$\frac{\sqrt{\sqrt{81}}}{-\sqrt{36}} = \frac{3}{-6} = -۰/۵$$

$$\frac{-\sqrt{256}}{-2^3 - 3} = \frac{-16}{-8 - 3} = \frac{-16}{-11} = +\frac{16}{11} \approx +۱/۲۳$$

۸- کدام یک از عددهای زیر گویا است؟

$$(۱) \sqrt{\pi} + \frac{\pi}{\sqrt{\pi}} \quad (۲) \pi - ۳/۱۴ \quad (۳) \sqrt{۲} + \frac{۲}{\sqrt{۲}} \quad (۴) \sqrt{۲} - \frac{۲}{\sqrt{۲}}$$

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$\pi + \frac{\pi}{\sqrt{\pi}} = \frac{\pi\sqrt{\pi} + \pi}{\sqrt{\pi}} \quad \text{گنگ}$$

$$\pi - ۳/۱۴ \quad \text{گنگ}$$

$$\sqrt{۲} + \frac{۲}{\sqrt{۲}} = \frac{۲+۲}{\sqrt{۲}} = \frac{۴}{\sqrt{۲}} \quad \text{گنگ}$$

$$\sqrt{۲} - \frac{۲}{\sqrt{۲}} = \frac{۲-۲}{\sqrt{۲}} = \frac{۰}{\sqrt{۲}} = ۰ \quad \text{گویا}$$

$$\pi \approx ۳/۱۴۱۵۹۲۶۵$$

۹- به ازای چند عدد طبیعی  $n$ ، یک عدد حقیقی است؟  $\frac{\sqrt{۴-n}}{n^2 - ۷n + ۱۲}$

$$۱ \quad (۴)$$

$$۲ \quad (۳)$$

$$۳ \quad (۲)$$

$$۴ \quad (۱)$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اعدادی را انتخاب می‌کنیم که عبارت زیر رادیکال را منفی نکند، ولی چون مخرج کسر نباید صفر باشد و این عبارت به ازای  $n=۳$  و  $n=۴$  مخرجش صفر می‌شود، بنابراین فقط  $n=۱$  و  $n=۲$  قابل قبول است.

۱۰- مثلثی با اضلاع ۸، ۵، ۵ با کدام مثلث متشابه است؟

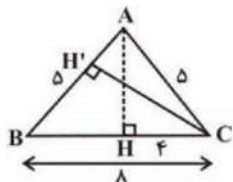
$$(۱) \text{ مثلثی با ارتفاع‌های } ۲, ۲, ۳$$

$$(۲) \text{ مثلثی با ارتفاع‌های } ۸, ۸, ۵$$

$$(۳) \text{ مثلثی با ارتفاع‌های } ۵, ۵, ۴$$

$$(۴) \text{ مثلثی با ارتفاع‌های } ۵, ۵, ۸$$

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. اگر  $h$  ارتفاع وارد بر قاعده و  $h'$  و  $h''$  ارتفاع‌های وارد بر دو ساق باشند، آن‌گاه:



$$h^2 = ۲۵ - ۱۶ \Rightarrow h = ۳$$

$$h \times ۸ = ۵ \times h' \Rightarrow h' = \frac{۲۴}{۵} = h''$$

پس اندازه‌ی ارتفاع‌های مثلث مذکور عبارت است از: ۳،  $\frac{۲۴}{۵}$ ،  $\frac{۲۴}{۵}$ ، که متناسب است با: ۱۵، ۲۴، ۲۴ یا ۵، ۸، ۸.

۱۱- اندازه‌ی فاصله دو پارک روی نقشه ۴ cm است. اگر مقیاس نقشه ۱ به ۱۰۰۰ باشد فاصله واقعی چه قدر است؟

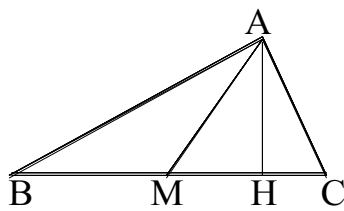
- (۱) ۴۰۰ m (۲) ۴۰۰۰ m (۳) ۴۰ m (۴) ۴۰۰۰۰ m

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$\frac{\text{نقشه}}{\text{واقعی}} = \frac{۴}{۱۰۰۰} \Rightarrow x = ۴ \times ۱۰۰۰ = ۴۰۰۰ \text{ cm}$$

$$۱۰۰ \text{ cm} = ۱ \text{ m}$$

$$۴۰۰۰ \div ۱۰۰ = ۴۰$$



۱۲- در مثلث قائم‌الزاویه ABC ( $\angle A = 90^\circ$ )، ارتفاع AH و میانه AM و زاویه

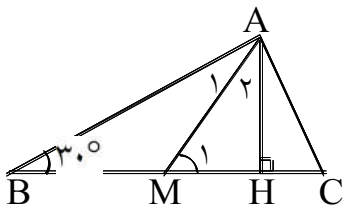
$\angle B = 30^\circ$  است، کدام گزینه درست است؟

$$AH = \frac{AM}{۴} = \frac{AB}{۴} \quad (۲)$$

$$AH = MH = \frac{BC}{۴} \quad (۱)$$

$$MH = \frac{AM}{۲} = \frac{BC}{۴} \quad (۴)$$

$$AH = \frac{MC}{۲} = \frac{AC}{۲} \quad (۳)$$



میدانیم در هر مثلث قائم‌الزاویه، میانه وارد بر وتر، نصف وتر است و ضلع مقابل به زاویه  $30^\circ$  نیز نصف وتر است.

$$AM = \frac{BC}{۲} = BM \Rightarrow \widehat{ABM} \Rightarrow \widehat{A_1} = \widehat{B} = 30^\circ$$

$$\widehat{M_1} = \widehat{A_1} + \widehat{B} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{A_2} = 90 - \widehat{M_1} = 30^\circ$$

$$\widehat{AHM}: \left. \begin{array}{l} H = 90^\circ \\ \widehat{A_2} = 30^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow MH = \frac{AM}{۲}$$

بنابراین گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۱۳- حاصل عبارت  $(\frac{-1}{۲}xy^۲)^۳ (\frac{۲}{x^۲y^۳})^۲ (-۴x)$  کدام است؟

$$۲y \quad (۴)$$

$$۲x \quad (۳)$$

$$۲ \quad (۲)$$

$$-۲ \quad (۱)$$

پس از ساده سازی داریم:

$$\frac{x^۳y^۶}{۸} \times \frac{۴}{x^۴y^۶} \times ۴x = \frac{۱۶}{۸} = ۲$$

لذا گزینه ۲ صحیح است.

۱۴- حاصل عبارت  $\frac{1}{81} \left[ 2 \times \left( \frac{3}{2} \right)^2 \right]^3$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{4}{9}$       (۲)  $\frac{9}{4}$       (۳) ۹      (۴) ۳۶

$$\frac{1}{81} \left[ 2 \times \left( \frac{3}{2} \right)^2 \right]^3 = \frac{2^3}{3^4} \times 2^3 \times \left( \frac{3}{2} \right)^6 = \frac{2^3}{3^4} \times 2^3 \times \frac{3^6}{2^6} = \frac{2^6 \times 3^6}{3^4 \times 2^6} = 3^2 = 9$$

بنابراین گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۱۵- حاصل  $\sqrt{4 - 2\sqrt{2}} \times \sqrt[4]{6 + 4\sqrt{2}}$  کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{2}$       (۲) ۲      (۳)  $2\sqrt{2}$       (۴) ۴

عبارت زیر رادیکال دوم تبدیل به مربع کامل می شود و با عدد فرجه ساده می شود پس داریم:

$$\begin{aligned} \sqrt{4 - 2\sqrt{2}} \times \sqrt[4]{6 + 4\sqrt{2}} &= \sqrt{4 - 2\sqrt{2}} \times \sqrt{(2 + \sqrt{2})^2} \\ &= \sqrt{2(2 - \sqrt{2})(2 + \sqrt{2})} = \sqrt{2(4 - 2)} = \sqrt{4} = 2 \end{aligned}$$

پس گزینه ۲ صحیح است.

۱۶- حاصل عبارت  $\sqrt{128} - 3\sqrt{882} + 2\sqrt{162} + 4\sqrt{450} - \sqrt{98}$  کدام است؟

- (۱)  $16\sqrt{2}$       (۲)  $8\sqrt{2}$       (۳)  $4\sqrt{2}$       (۴)  $32\sqrt{2}$

گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\sqrt{128} = \sqrt{2^7} = 8\sqrt{2}, \quad \sqrt{882} = \sqrt{7^2 \times 3^2 \times 2} = 21\sqrt{2}$$

$$\sqrt{162} = \sqrt{3^4 \times 2} = 9\sqrt{2}, \quad \sqrt{450} = \sqrt{5^2 \times 3^2 \times 2} = 15\sqrt{2}$$

$$\sqrt{98} = \sqrt{7^2 \times 2} = 7\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \sqrt{128} - 3\sqrt{882} + 2\sqrt{162} + 4\sqrt{450} - \sqrt{98} = 8\sqrt{2} - 3 \times 21\sqrt{2} + 2 \times 9\sqrt{2}$$

$$+ 4 \times 15\sqrt{2} - 7\sqrt{2} = 8\sqrt{2} - 63\sqrt{2} + 18\sqrt{2} + 60\sqrt{2} - 7\sqrt{2} = 16\sqrt{2}$$

۱۷- حاصل عبارت  $\left(a - \frac{1}{2a}\right)^2 - \left(a + \frac{1}{2a}\right)^2$  برابر است با:

(۱) -۲      (۲) ۲      (۳) -۲a      (۴) ۲a

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. روش اول: با توجه به اتحاد اول و دوم عبارت را ساده می‌کنیم:

$$\left(a - \frac{1}{2a}\right)^2 - \left(a + \frac{1}{2a}\right)^2 = a^2 - 2(a)\left(\frac{1}{2a}\right) + \frac{1}{4a^2} - a^2 - 2(a)\left(\frac{1}{2a}\right) - \frac{1}{4a^2} = -1 - 1 = -2$$

روش دوم: نکته: با توجه به اتحاد فرعی زیر نیز می‌توان این تست را حل نمود:

$$(x+y)^2 - (x-y)^2 = 4xy$$

$$\left(a - \frac{1}{2a}\right)^2 - \left(a + \frac{1}{2a}\right)^2 = - \left[ \left(a + \frac{1}{2a}\right)^2 - \left(a - \frac{1}{2a}\right)^2 \right] = -4(a)\left(\frac{1}{2a}\right) = -2$$

۱۸- کدام عامل در تجزیه عبارت  $(x+y)^2 + 2(x+y) - 8$  موجود است؟

(۱)  $x+y+4$       (۲)  $x+y-4$       (۳)  $x+y+8$       (۴)  $x+y-8$

عبارت مورد نظر را به حاصلضرب عوامل اول تجزیه می‌کنیم:

$$\left. \begin{aligned} (x+y)^2 + 2(x+y) - 8 \\ x+y = k \text{ فرض} \end{aligned} \right\} \Rightarrow k^2 + 2k - 8 = 0$$

$$\Rightarrow (k+4)(k-2) = 0 \Rightarrow (x+y+4)(x+y-2) = 0$$

همانطور که مشاهده می‌شود گزینه  $(x+y+4)$  در این تجزیه وجود دارد. پس گزینه ۱ صحیح است.

۱۹- اگر  $x + \frac{1}{x} = 3$  باشد حاصل  $S = x^2 + \frac{1}{x^2} - x - \frac{1}{x}$  کدام است؟

(۱) ۱۴      (۲) ۷      (۳) ۵      (۴) ۴

$$S = x^2 + \frac{1}{x^2} - x - \frac{1}{x} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 - \left(x + \frac{1}{x}\right) = 3^2 - 2 - 3 = 9 - 2 - 3 = 4$$

بنابراین گزینه ۴ صحیح است.

۲۰- جواب نامعادله  $\frac{3x-2}{6} - \frac{x-2}{4} < 1$  عبارتست از:

$$x < -\frac{10}{3} \quad (1) \quad x > \frac{10}{3} \quad (2) \quad x < \frac{10}{3} \quad (3) \quad x > -\frac{10}{3} \quad (4)$$

$$\frac{3x-2}{6} - \frac{x-2}{4} < 1 \Rightarrow \frac{2(3x-2) - 3(x-2)}{12} < 1 \Rightarrow 6x - 4 - 3x + 6 < 12 \Rightarrow$$

$$3x + 2 < 12 \Rightarrow 3x < 10 \Rightarrow x < \frac{10}{3}$$

بنابراین گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

۲۱- به ازای کدام مقدار  $m$  نقطه  $A(2m+1, 3m-2)$  روی نیمساز ربع اول و سوم است؟

$$-3 \quad (1) \quad -1 \quad (2) \quad 1 \quad (3) \quad 3 \quad (4)$$

گزینه‌ی ۴ درست است. معادله نیمساز ربع اول خط  $y = x$  است، پس برای اینکه نقطه روی نیمساز ربع اول باشد، باید دارای طول و عرض مساوی باشد، پس:

$$2m + 1 = 3m - 2 \Rightarrow m = 3$$

۲۲- به ازای چه مقدار  $m$  دو خط  $y = 2x + 1$  و  $y + mx + 2 = 0$  بر هم عمودند؟

$$-2 \quad (1) \quad -\frac{1}{2} \quad (2) \quad \frac{1}{2} \quad (3) \quad 2 \quad (4)$$

برای اینکه دو خط بر هم عمود باشند باید حاصلضرب شیبهای آنها برابر  $-1$  باشد:

$$\left. \begin{array}{l} y = 2x + 1 \\ y = -mx - 2 \end{array} \right\} \Rightarrow 2(-m) = -1 \Rightarrow m = \frac{1}{2}$$

پس گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

۲۳- معادله خطی با شیب ۱ که از نقاط  $(1, a)$  و  $(a, 3)$  بگذرد، به چه صورت است؟

$$y = x + 2 \quad (1) \quad y = x - 1 \quad (2) \quad y = x - 2 \quad (3) \quad y = x + 1 \quad (4)$$

$$\left. \begin{array}{l} A(1, a) \\ B(a, 3) \in \text{خط} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{معادله خط: } y - a = (1)(x - 1) \Rightarrow y = x - 1 + a \Rightarrow \text{معادله خط: } y = x + 1$$

$$B(a, 3) \in \text{خط} \Rightarrow 3 = a - 1 + a \Rightarrow 4 = 2a \Rightarrow a = 2$$

بنابراین گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۲۴- خط گذرنده بر نقطه  $(-1, 3)$  و عمود بر خط  $2y - 3x = 4$ ، محور  $y$ ها را با کدام عرض قطع می‌کند؟

$$1 \quad (1) \quad 2 \quad (2) \quad 3 \quad (3) \quad 4 \quad (4) \quad -2 \quad (5)$$

$$m_1 = \frac{3}{2} \quad m_2 = \frac{-2}{3} \Rightarrow y + 1 = \frac{-2}{3}(x - 3) \quad x = 0 \Rightarrow y = 1$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



۲۵- اگر دو خط  $kx - y - 4 = 0$  و  $(k - 1)x + y - 2 = 0$  موازی یکدیگر باشند، مقدار  $k$  برابر است با:

(۱) ۳ (۲)  $-\frac{1}{2}$  (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴) -۱

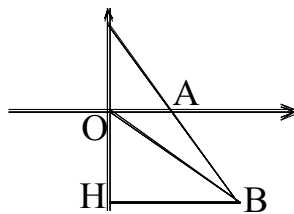
گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. می‌دانیم شرط موازی بودن دو خط برابری ضریب زاویه‌های آن دو است، پس:

$$\begin{cases} kx - y - 4 = 0 \\ (k - 1)x + y - 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = kx - 4 \\ y = -(k - 1)x + 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = k \\ m' = -(k - 1) \end{cases}$$

$$m = m' \Rightarrow k = -(k - 1) \Rightarrow 2k = 1 \Rightarrow k = \frac{1}{2}$$

۲۶- مساحت مثلث محدود به خط به معادله  $2x + y = 3$  و نیمساز ناحیه چهارم و محور  $x$  ها کدام است؟

(۱)  $\frac{9}{4}$  (۲)  $\frac{3}{2}$  (۳)  $\frac{9}{2}$  (۴) ۳



ابتدا شکل مورد نظر را رسم می‌کنیم:

از تلاقی خط  $2x + y = 3$  و نیمساز ناحیه چهارم مختصات نقطه  $B$  به دست می‌آید:

$$\begin{cases} 2x + y = 3 \\ x = -y \end{cases} \Rightarrow B(3, -3) \Rightarrow OH = 3$$

از تلاقی خط  $2x + y = 3$  و محور  $x$  ها مختصات نقطه  $A$  تعیین می‌شود.

$$S_{OAB} = \frac{OA \times OH}{2} = \frac{\frac{3}{2} \times 3}{2} = \frac{9}{4}$$

پس  $OA = \frac{3}{2}$  پس  $A\left(\frac{3}{2}, 0\right)$  و از آنجا داریم:

پس گزینه ۱ صحیح است.

۲۷- جواب دستگاه معادلات  $\begin{cases} \frac{1}{2}(x - 1) = \frac{1}{3}(y - 1) \\ x + 2y = 11 \end{cases}$  کدام است؟

(۱)  $x = -3, y = -4$  (۲)  $x = 3, y = 4$  (۳)  $x = 3, y = -4$  (۴)  $x = -3, y = 4$

ابتدا معادلات را ساده می‌کنیم، داریم:

$$\left. \begin{cases} \frac{1}{2}(x - 1) = \frac{1}{3}(y - 1) \\ x + 2y = 11 \end{cases} \right\} \begin{array}{l} \text{طرفین وسطین} \\ \text{می‌کنیم} \end{array} \rightarrow 3(x - 1) = 2(y - 1) \Rightarrow 3x - 3 = 2y - 2$$

$$\Rightarrow 3x - 2y = 3 - 2 \Rightarrow 3x - 2y = 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ x + 2y = 11 \end{cases} \xrightarrow[\text{با هم جمع می‌کنیم}]{\text{طرفین دو معادله را}} (3x - 2y) + (x + 2y) = 1 + 11 \Rightarrow 4x = 12 \Rightarrow x = 3$$

$$x + 2y = 11 \Rightarrow 3 + 2y = 11 \Rightarrow 2y = 8 \Rightarrow y = 4$$

بنابراین گزینه ۲ صحیح می‌باشد.

۲۸- باقیمانده تقسیم عبارت  $(x^3 + 1)(x^2 + x + 2) + x^2 + x$  بر  $x^2 - x + 1$  کدام است؟

(۱)  $2x + 1$  (۲)  $x$  (۳)  $1$  (۴)  $2x - 1$

$$(x^3 + 1)(x^2 + x + 2) + x^2 + x = (x + 1)(x^2 - x + 1)(x^2 + x + 2) + (x^2 - x + 1) + 2x - 1 =$$

$$(x^2 - x + 1)[(x + 1)(x^2 + x + 2) + 1] + 2x - 1 = (x^2 - x + 1)Q(x) + 2x - 1$$

بنابراین باقیمانده برابر  $R = 2x - 1$  می‌باشد. پس گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۲۹- به ازای کدام مقدار  $a$  خط به معادله  $2y + ax = a$  از نقطه  $(3, -1)$  می‌گذرد؟

(۱)  $-3$  (۲)  $-1$  (۳)  $1$  (۴)  $3$

$$2(-1) + a(3) = a \Rightarrow 2a - 2 = 0 \Rightarrow a = 1$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

نقطه  $(-1, 3)$  را در معادله خط جایگزین می‌کنیم